

# 円 1

円上の点における接線の方程式

円  $x^2+y^2=r^2$  上の点  $P(p, q)$  における接線の方程式は  $px+qy=r^2$

## 例 円の接線の方程式

次の円上の点  $P$  における接線の方程式を求めよ。

- (1) 円  $x^2+y^2=5$ , 点  $P(2, -1)$   
 (2) 円  $x^2+y^2=25$ , 点  $P(5, 0)$

**解答** (1) 求める接線の方程式は

$$2 \cdot x + (-1)y = 5 \quad \text{すなわち} \quad 2x - y = 5$$

(2) 求める接線の方程式は

$$5 \cdot x + 0 \cdot y = 25 \quad \text{すなわち} \quad x = 5$$

◀  $px+qy=r^2$  において  
 $p=2, q=-1, r^2=5$

◀  $x$  軸に垂直な直線。

## 基本

1 次の円上の点  $P$  における接線の方程式を求めよ。

- (1) 円  $x^2+y^2=5$ , 点  $P(1, 2)$

$$x + 2y = 5$$

- (2) 円  $x^2+y^2=13$ , 点  $P(3, -2)$

$$3x - 2y = 13$$

- (3) 円  $x^2+y^2=26$ , 点  $P(-5, 1)$

$$-5x + y = 26$$

- (4) 円  $x^2+y^2=1$ , 点  $P(1, 0)$

$$x = 1$$

- (5) 円  $x^2+y^2=4$ , 点  $P(0, -2)$

$$-2y = 4$$

$$y = -2$$

2 次の円上の点  $P$  における接線の方程式を求めよ。

- (1) 円  $x^2+y^2=40$ , 点  $P(2, 6)$

$$2x + 6y = 40$$

$$x + 3y = 20$$

- (2) 円  $x^2+y^2=17$ , 点  $P(-1, 4)$

$$-x + 4y = 17$$

- (3) 円  $x^2+y^2=10$ , 点  $P(-3, -1)$

$$-3x - y = 10$$

$$3x + y = -10$$

- (4) 円  $x^2+y^2=9$ , 点  $P(-3, 0)$

$$-3x = 9$$

$$x = -3$$

- (5) 円  $x^2+y^2=36$ , 点  $P(0, 6)$

$$6y = 36$$

$$y = 6$$

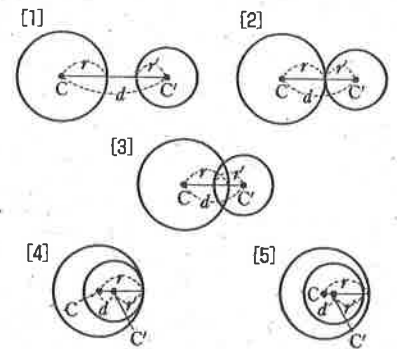
# 円 2

2つの円の位置関係

半径がそれぞれ  $r, r' (r > r')$  である2つの円の中心  $C, C'$  間の距離を  $d$  とする。

このとき、2つの円の位置関係は次のようになる。

- [1] 一方が他方の外部にある  $d > r+r'$   
 [2] 外接する(1点を共有する)  $d = r+r'$   
 [3] 2点で交わる  $r-r' < d < r+r'$   
 [4] 内接する(1点を共有する)  $d = r-r'$   
 [5] 一方が他方の内部にある  $d < r-r'$



## 例 2つの円の位置関係

円  $x^2+y^2=9$  ……① と 円  $(x+4)^2+(y+3)^2=4$  ……② について、その位置関係を調べよ。

**解答** 円①は中心が原点、半径が3の円である。また、円②は中心が点  $(-4, -3)$ 、半径が2の円である。

2つの円の中心間の距離  $d$  は

$$d = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = 5$$

また、2つの円の半径の和は  $3+2=5$

$d =$  半径の和 であるから、2つの円①、②は外接する。

◀ 中心間の距離を求めて、半径との関係を調べる。

## 練習

3 円  $x^2+y^2=16$  と次の円について、その位置関係を調べよ。

- (1)  $(x-2)^2+(y-1)^2=1$  ……②

①は中心  $(0,0)$  半径4の円

②は中心  $(2,1)$  半径1の円

2つの円の中心間の距離  $d$  は

$$d = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$$

2つの円の半径の差は  $4-1=3$

$d <$  2円の半径の差より ②が①の内部にある

- (2)  $(x+5)^2+(y-12)^2=81$  ……②

①は中心  $(0,0)$  半径4の円

②は中心  $(-5,12)$  半径9の円

2つの円の中心間の距離  $d$  は

$$d = \sqrt{(-5)^2+12^2} = \sqrt{169} = 13$$

2つの円の半径の和は  $4+9=13$

$d =$  半径の和 より 2つの円は外接する

4 円  $x^2+y^2=5$  と次の円について、その位置関係を調べよ。

- (1)  $(x-3)^2+(y-6)^2=80$  ……②

①は中心  $(0,0)$  半径  $\sqrt{5}$  の円

②は中心  $(3,6)$  半径  $4\sqrt{5}$  の円

2つの円の中心間の距離  $d$  は

$$d = \sqrt{3^2+6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

②の円の半径と①の円の半径の差は  $4\sqrt{5}-\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

$d =$  半径の差より 2つの円は内接する

- (2)  $(x+4)^2+(y+8)^2=20$  ……②

①は中心  $(0,0)$  半径  $\sqrt{5}$  の円

②は中心  $(-4,-8)$  半径  $2\sqrt{5}$  の円

2つの円の中心間の距離  $d$  は

$$d = \sqrt{(-4)^2+(-8)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

2つの円の半径の和は  $\sqrt{5}+2\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

$d >$  半径の和より 一方が他方の外部にある